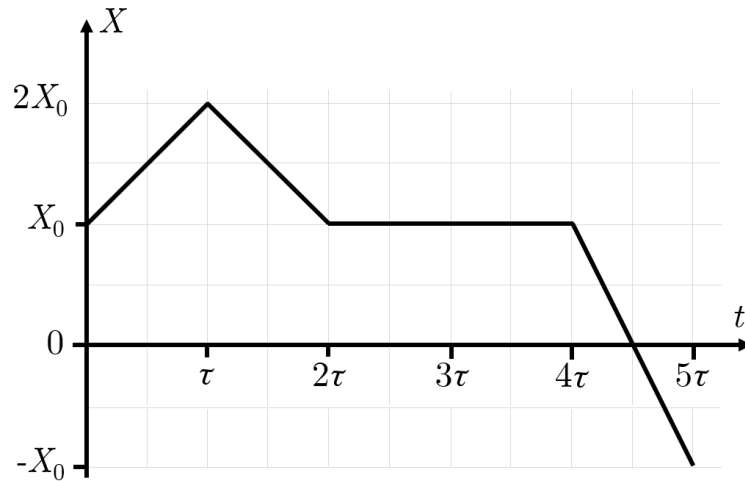


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Дан график зависимости координаты частицы, двигавшейся вдоль прямой OX , от времени t .



Считая $\tau = 1$ с, а $X_0 = 2$ м, ответьте на вопросы.

а) Определите максимальное удаление частицы от начального положения на интервале времени от 0 до 5 с. Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: 4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) В течение какого времени частица покоилась? Ответ выразите в секундах, округлите до целых.

Ответ: 2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Определите модуль перемещения тела за время от 0 до 2τ . Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: 0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Определите путь тела от 0 до 5τ . Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: 8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Определите максимальное значение средней путевой скорости от начала движения. Ответ выразите в м/с, округлите до десятых.

Ответ: 2.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Удаление частицы равно модулю разности между текущей и начальной координатами. Наибольшего значения эта разность достигла в момент времени 5τ :

$$|\Delta x| = |-x_0 - x_0| = 2x_0 = 4 \text{ м.}$$

б) Координата частицы не менялась на интервале времени от 2τ до 4τ , то есть время покоя $2\tau = 2$ с.

в) Модуль перемещения равен модулю разности координат:

$$|s| = |\Delta x| = |x(2\tau) - x(0)| = |x_0 - x_0| = 0 \text{ м.}$$

г) Для нахождения пути заметим, что сперва частица переместилась на x_0 в положительном направлении оси, потом — на $3x_0$ в отрицательном направлении. Итоговый путь $4x_0 = 8$ м.

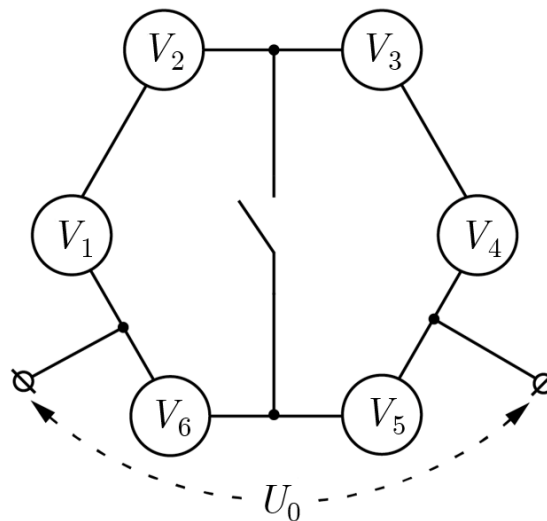
д) Отметим, что на интервале времени от 0 до 2τ мгновенная путевая скорость, а следовательно, и средняя путевая скорость оставались постоянными и равными $v_1 = \frac{x_0}{\tau}$. Далее частица покоилась, следовательно, средняя путевая скорость уменьшалась. После возобновления движения средняя путевая скорость могла как продолжать падать, так и начать расти. Ко времени 5τ она приняла значение $v_2 = \frac{4x_0}{5\tau} = 0.8 \frac{x_0}{\tau} < v_1$. Максимальная средняя путевая скорость:

$$v_1 = \frac{x_0}{\tau} = 2 \text{ м/с.}$$

**Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.
Пункты а, б, г, д)**

№ варианта	τ , с	X_0 , м	τ_2 , с	Макс. удаление, м	Время покоя, с	Путь от 0 до 5τ , м	v_1 , м/с
1	1	2	5	4	2	8	2
2	1	6	5	12	2	24	6
3	1	8	5	16	2	32	8
4	1	10	5	20	2	40	10
5	2	6	10	12	4	24	3
6	2	8	10	16	4	32	4
7	2	10	10	20	4	40	5
8	5	2	25	4	10	8	0.4
9	5	4	25	8	10	16	0.8
10	5	6	25	12	10	24	1.2
11	5	8	25	16	10	32	1.6
12	10	2	50	4	20	8	0.2
13	10	6	50	12	20	24	0.6
14	10	10	50	20	20	40	1

Задание 2. Вариант 1. Электрическая цепь, схема которой показана на рисунке, состоит из шести одинаковых вольтметров и подключена к источнику постоянного напряжения $U_0 = 4$ В.



Ключ разомкнут.

а) Какое напряжение показывает вольтметр V_1 ? Ответ выразите в вольтах, округлите до целых.

Ответ: 1

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Какое напряжение показывает вольтметр V_5 ? Ответ выразите в вольтах, округлите до целых.

Ответ: 2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Определите отношение сил токов через вольтметры V_5 и V_1 . Ответ округлите до целых.

Ответ: 2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Ключ замыкают. Определите силу тока через него. Ответ выразите в амперах, округлите до целых.

Ответ: 0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Ключ размыкают. Один из вольтметров сгорает (создаёт разрыв в цепи). Определите сумму показаний оставшихся вольтметров. Ответ выразите в вольтах, округлите до целых.

Ответ: 4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) На участке, где находится вольтметр V_1 , четыре одинаковых вольтметра подключены последовательно, значит, падение напряжения на них, а следовательно, и их показания одинаковы. Суммарное падение напряжения на них — это U_0 . Значит, $U_1 = \frac{U_0}{4} = 1$ В.

б) В ветке, где находится вольтметр V_5 , два одинаковых вольтметра подключены последовательно, значит, падение напряжения на них, а следовательно, и их показания одинаковы. Суммарное падение напряжения на них — это U_0 . Значит, $U_5 = \frac{U_0}{2} = 2$ В.

в) Сопротивления вольтметров одинаковые:

$$R_5 = R_1 \rightarrow \frac{U_5}{I_5} = \frac{U_1}{I_1} \rightarrow \frac{I_5}{I_1} = \frac{U_5}{U_1} = 2.$$

г) При замыкании ключа вольтметры образуют сбалансированный мостик. Тока через ключ не будет.

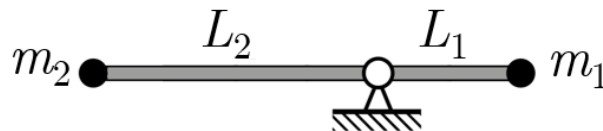
д) Заметим, что через участок со сгоревшим вольтметром тока нет. Значит, все вольтметры этой ветки покажут 0. Ток через вольтметры другого участка не изменится, не изменятся и их показания. Сумма этих показаний останется $U_{\text{ост}} = 4$ В.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

Пункты а, б, д)

№ варианта	U_0 , В	U_1 , В	U_2 , В	$U_{\text{ост}}$, В
1	4	1	2	4
2	8	2	4	8
3	12	3	6	12
4	16	4	8	16
5	20	5	10	20

Задание 3. Вариант 1. Система состоит из невесомого рычага и закреплённых на нём точечных масс: $m_1 = 0.36$ кг и $m_2 = 0.18$ кг. Плечи рычага $L_1 = 5$ см и $L_2 = 15$ см.



Трения в системе нет, рычаг не деформируется. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

а) Куда будут смещаться части системы?

В этом задании каждому варианту из левого столбца соответствует ровно один вариант из правого столбца.

Ответы приведены ниже в нужном порядке.

Ответ:

Шарнир	Останется на месте
Масса m_1	Вверх
Масса m_2	Вниз

Критерий оценивания: за каждую верную пару — 1 балл. Всего 3 балла

б) Определите отношение перемещения массы m_2 к перемещению массы m_1 за равные промежутки времени.

Ответ: 3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Какую минимальную силу нужно приложить к системе в исходном положении, чтобы она находилась в равновесии? Ответ выразите в ньютонах, округлите до сотых.

Ответ: 0.60

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Чему равна сила реакции в шарнире в исходном положении, если систему в состоянии покоя удерживает минимальная сила? Ответ выразите в ньютонах, округлите до сотых.

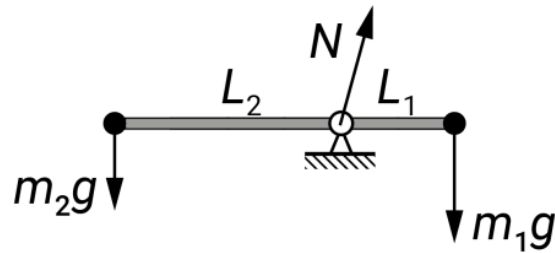
Ответ: 4.80

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Расставим действующие на рычаг силы.



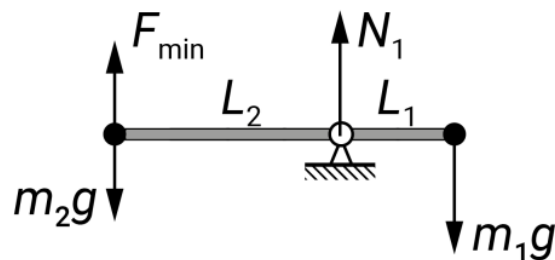
Сравним моменты сил относительно оси вращения шарнира:

$$\begin{aligned} M_1 &= m_1 g L_1 = 0.18 \text{ Н} \cdot \text{м}; \\ M_2 &= m_2 g L_2 = 0.27 \text{ Н} \cdot \text{м} > M_1; \\ M_N &= 0 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Значит, система будет вращаться против часовой стрелки, шарнир останется на месте, масса m_2 сместится вниз, а m_1 — вверх.

б) Массы будут перемещаться по окружностям с центром в шарнире и с радиусами, равными плечам рычага. Пройденные пути — это длины дуг окружностей. Они относятся как радиусы этих окружностей: $s_2/s_1 = L_2/L_1 = 3$.

в) Внешняя сила нужна, чтобы компенсировать избыточный момент от силы тяжести $m_2 g$. Минимальная сила подразумевает максимальное плечо, то есть максимальное удаление точки приложения силы от шарнира (а это L_2) и перпендикулярное рычагу направление силы.



Запишем правило моментов относительно шарнира:

$$m_2 g L_2 = m_1 g L_1 + F_{min} L_2 \rightarrow F_{min} = \frac{m_2 g L_2 - m_1 g L_1}{L_2} = 0.6 \text{ Н}.$$

г) Зная F_{min} , запишем условие равновесия для сил:

$$m_2 g + m_1 g = F_{min} + N_1 \rightarrow N_1 = m_2 g + m_1 g - F_{min} = 4.80 \text{ Н}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

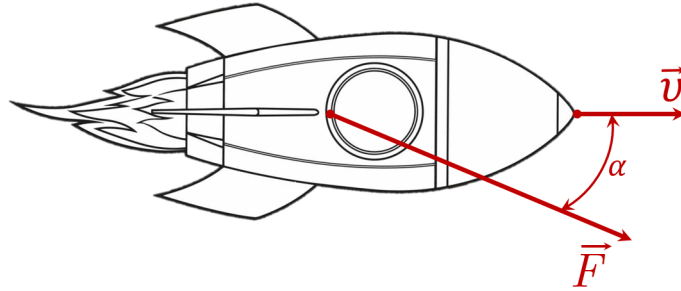
Пункты б, в, г)

№ варианта	m_2 , кг	L_1 , см	m_1 , кг	L_2 , см	s_2/s_1	F_{min} , Н	F_N , Н
1	0.18	5	0.36	15	3	0.6	4.8
2	0.18	15	0.72	75	5	0.36	8.64
3	0.18	20	0.9	120	6	0.3	10.5
4	0.18	25	1.26	200	8	0.23	14.18
5	0.36	5	0.72	15	3	1.2	9.6
6	0.36	15	1.44	75	5	0.72	17.28
7	0.36	25	2.52	200	8	0.45	28.35
8	0.54	5	1.08	15	3	1.8	14.4

№ варианта	m_2 , кг	L_1 , см	m_1 , кг	L_2 , см	s_2/s_1	F_{min} , Н	F_N , Н
9	0.54	10	1.62	40	4	1.35	20.25
10	0.54	15	2.16	75	5	1.08	25.92
11	0.54	25	3.78	200	8	0.68	42.53
12	0.72	5	1.44	15	3	2.4	19.2
13	0.72	15	2.88	75	5	1.44	34.56
14	0.72	25	5.04	200	8	0.9	56.7

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Космический корабль массой $m = 10$ т движется с постоянной скоростью $v = 100$ м/с в глубоком космосе далеко от любых объектов. В момент времени $t = 0$ у него включается двигатель, который создаёт постоянную силу тяги $F = 20$ кН. Двигатель установлен таким образом, что сила тяги направлена под постоянным углом $\alpha = 30^\circ$ к фюзеляжу (корпусу) корабля.



Корабль движется таким образом, что вектор его скорости всегда остается направленным вдоль фюзеляжа.

а) По какой траектории будет двигаться корабль после включения двигателя?

Ответ:

- По прямой
- По синусоиде
- По окружности
- ✓ По спирали

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) С каким ускорением будет двигаться корабль сразу после включения двигателя? Ответ выразите в м/с², округлите до целых.

Ответ: 2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Определите значение его скорости через $\Delta t = 10$ с после включения двигателя. Ответ выразите в м/с, округлите до десятых.

Ответ: 117.3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Определите радиус кривизны траектории через $\Delta t = 10$ с после включения двигателя. Ответ выразите в километрах, округлите до десятых.

Ответ: 13.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Так как у силы есть проекция, перпендикулярная скорости, то корабль будет всё время поворачивать вправо. Следовательно, он не может двигаться по прямой и по синусоиде (в этих случаях он бы поворачивал то направо, то налево).

Нормальное ускорение, связанное с этой проекцией силы, остаётся постоянным. Оно определяется выражением: $a_n = \frac{v^2}{R}$. Так как у силы есть проекция, параллельная скорости, то скорость корабля будет всё время увеличиваться. Из выражения для нормального ускорения следует, что радиус кривизны траектории всё время увеличивается. Т. е. траекторией является не окружность (здесь был бы постоянный радиус кривизны), а спираль с увеличивающимся радиусом кривизны.

б) Переведём исходные данные в единицы СИ: сила $F = 20$ кН = 20000 Н, масса $m = 10$ т = 10000 кг.

Второй закон Ньютона: $F = ma$.

Получаем, что ускорение корабля: $a = \frac{F}{m} = \frac{20000}{10000} = 2$ м/с².

в) Силу, которая действует на корабль, можно разложить на две проекции: $F_{||}$ (направлена вдоль скорости) и F_{\perp} (направлена перпендикулярно скорости). Сила F_{\perp} отвечает за поворот вектора скорости без изменения его модуля, а за изменение модуля скорости отвечает $F_{||}$. Найдём её:

$$F_{||} = F \cdot \cos \alpha.$$

Ускорение, связанное с этой проекцией:

$$a_{||} = \frac{F_{||}}{m} = \frac{F \cdot \cos \alpha}{m}.$$

Следовательно, значение скорости через промежуток времени Δt :

$$v_1 = v + a_n \cdot \Delta t = v + \frac{F \cdot \cos \alpha}{m} \cdot \Delta t = 100 + \frac{20\,000 \cdot 0.866}{10\,000} \cdot 10 = 117.3 \text{ м/с.}$$

г) Нормальное ускорение корабля связано с проекцией силы F_{\perp} :

$$a_n = \frac{F_{\perp}}{m} = \frac{F \cdot \sin \alpha}{m}.$$

Кроме того, нормальное ускорение определяется выражением:

$$a_n = \frac{v_1^2}{R}, \quad \text{где } R \text{ — радиус кривизны траектории.}$$

Приравняв правые части и выражая R , получаем:

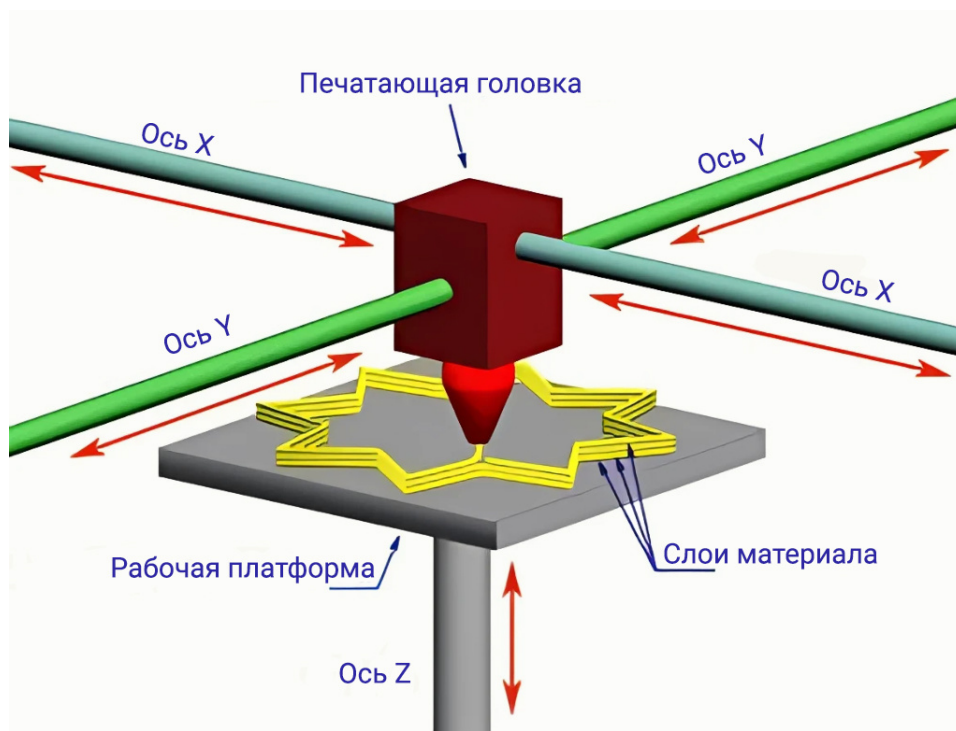
$$R = \frac{m \cdot v_1^2}{F \cdot \sin \alpha} = \frac{10\,000 \cdot 117.3^2}{20\,000 \cdot 0.5} = 13764 \text{ м} = 13.8 \text{ км.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

Пункты б, в, г)

№ варианта	m , т	v , м/с	F , кН	α , град.	a , м/с ²	v_1 , м/с	R , км
1	10	100	20	30	2	117.3	13.8
2	15	120	45	45	3	141.2	9.4
3	20	140	80	60	4	160	7.4
4	25	160	125	30	5	203.3	16.5
5	10	180	60	45	6	222.4	11.7
6	15	200	105	60	7	235	9.1
7	20	220	160	30	8	289.3	20.9
8	25	240	225	45	9	303.6	14.5
9	10	260	100	60	10	310	11.1
10	15	280	165	30	11	375.3	25.6
11	20	300	240	45	12	384.9	17.5
12	25	320	325	60	13	385	13.2
13	10	340	140	30	14	461.2	30.4
14	15	360	225	45	15	466.1	20.5
15	20	380	320	60	16	460	15.3
16	25	400	425	30	17	547.2	35.2
17	10	420	180	45	18	547.3	23.5
18	15	440	285	60	19	535	17.4
19	20	460	400	30	20	633.2	40.1
20	25	480	525	45	21	628.5	26.6

Задание 2. Вариант 1. При печати детали на 3D-принтере печатающая головка должна перемещаться относительно стола в трёх направлениях. Как правило, это реализовано следующим образом: печатающая головка может перемещаться в горизонтальной плоскости вдоль двух осей x и y , а стол — вдоль вертикальной оси z .



Из сопла печатающей головки подаётся пластиковый шнур с площадью поперечного сечения $S = 0.012 \text{ см}^2$ со скоростью $\mu = 0.036 \text{ г/с}$. Плотность пластика $\rho = 1.39 \text{ г/см}^3$.

3D-принтер должен напечатать контур прямоугольного треугольника со следующими параметрами:

- катет длиной $a = 8 \text{ см}$ должен быть расположен вдоль оси Ox ;
- катет длиной $b = 3 \text{ см}$ должен быть расположен вдоль оси Oy .

Считайте, что в процессе печати пластиковый шнур не вытягивается и не сжимается, то есть площадь поперечного сечения «уложенного» пластикового шнура такая же, как в момент выхода из печатающей головки.

а) Чему равен периметр печатаемого треугольника? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых.

Ответ: 19.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Чему равна масса контура треугольника, напечатанного в один слой? Ответ выразите в миллиграммах, округлите до десятых.

Ответ: 326.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) С какой скоростью должна перемещаться головка вдоль оси Ox при печати катета a ? Ответ выразите в см/с, округлите до сотых.

Ответ: 2.16

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Сколько времени понадобится для прохождения катета b ? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых.

Ответ: 1.4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Чему должен быть равен модуль проекции скорости головки на ось Ox при печати гипотенузы треугольника? Ответ выразите в см/с, округлите до сотых.

Ответ: 2.02

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

е) Чему должен быть равен модуль проекции скорости головки на ось Oy при печати гипотенузы треугольника? Ответ выразите в см/с, округлите до сотых.

Ответ: 0.76

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1,5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Так как в задаче сказано, что треугольник прямоугольный, сначала по теореме Пифагора находим длину гипотенузы: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Теперь периметр можно найти как сумму длин всех сторон треугольника: $P = a + b + c = 19.5$ см.

б) Массу пластика, пошедшего на один слой треугольника, можно найти по формуле $m = \rho \cdot V$, где ρ — плотность пластика, V — объём пластика, пошедшего на один слой треугольника. $V = S \cdot P$, тогда $m = \rho \cdot S \cdot P = 326$ мг.

в) Выразим массу пластика, пошедшего на печать катета a , через формулу из предыдущего пункта: $m = \rho \cdot S \cdot a$. Эту же массу можно выразить через скорость подачи пластика $m = \mu \cdot t_a$, где t_a — время перемещения головки вдоль катета. Приравняем правые части двух последних выражений, разделим на t_a и выразим скорость движения головки вдоль оси Ox : $v_x = \frac{\mu}{\rho \cdot S} = 2.16$ см/с. Заметим, что скорость не зависит от длины катета, а значит, является постоянной величиной.

г) Чтобы вычислить время прохождения катета b , нужно длину этого катета разделить на скорость движения головки вдоль оси Oy . Эту скорость можно найти по формуле, приведённой в предыдущем пункте.

$$\text{В итоге } t_b = \frac{b \cdot \rho \cdot S}{\mu} = 1.4 \text{ с.}$$

д) Проекцию скорости головки на ось Ox при печати гипотенузы можно выразить как $v_x^c = v_c \cos \alpha$. Здесь v_c — скорость движения головки вдоль гипотенузы (см. формулу в предыдущих двух пунктах), а $\cos \alpha$ — косинус угла между гипотенузой и катетом a . По определению косинуса $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

$$\text{Тогда искомое значение: } v_x^c = \frac{\mu}{\rho S} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2.02 \text{ см/с.}$$

е) Проекцию скорости головки на ось Oy можно получить тем же способом, что и в предыдущем вопросе, но используя определение синуса. $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

$$\text{Тогда получается: } v_y^c = \frac{\mu}{\rho S} \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 0.76 \text{ см/с.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	S , см ²	μ , г/с	ρ , г/см ³	a , см	b , см	P , см	m , мг	v_x , см/с	t_b , с	v_x^c , см/с	v_y^c , см/с
1	0.012	0.036	1.39	8	3	19.5	326	2.16	1.4	2.02	0.76
2	0.014	0.056	1.74	9	3	21.5	523.4	2.3	1.3	2.18	0.73
3	0.016	0.08	2.04	6	5	18.8	614	2.45	2	1.88	1.57
4	0.018	0.036	0.77	8	9	29	402.5	2.6	3.5	1.73	1.94
5	0.02	0.06	1.09	4	7	19.1	415.6	2.75	2.5	1.37	2.39
6	0.022	0.088	1.38	3	3	10.2	311	2.9	1	2.05	2.05
7	0.024	0.12	1.64	8	4	20.9	824.4	3.05	1.3	2.73	1.36
8	0.026	0.052	0.8	7	5	20.6	428.5	2.5	2	2.03	1.45
9	0.028	0.084	0.91	6	6	20.5	522	3.3	1.8	2.33	2.33
10	0.03	0.12	1.14	9	7	27.4	937.1	3.51	2	2.77	2.15
11	0.012	0.06	1.37	7	3	17.6	289.6	3.65	0.8	3.35	1.44
12	0.014	0.028	0.59	3	4	12	99.1	3.39	1.2	2.03	2.71
13	0.016	0.048	0.76	8	5	22.4	272.8	3.95	1.3	3.35	2.09
14	0.018	0.072	0.98	7	6	22.2	392	4.08	1.5	3.1	2.66
15	0.02	0.1	1.18	2	7	16.3	384.2	4.24	1.7	1.16	4.07
16	0.022	0.044	0.45	5	3	13.8	136.9	4.44	0.7	3.81	2.29
17	0.024	0.072	0.66	4	4	13.7	216.3	4.55	0.9	3.21	3.21
18	0.026	0.104	0.86	2	8	18.2	408	4.65	1.7	1.13	4.51
19	0.028	0.14	1.02	9	6	25.8	737.3	4.9	1.2	4.08	2.72
20	0.03	0.06	0.4	6	9	25.8	309.8	5	1.8	2.77	4.16

Задание 3. Вариант 1. Проточный водонагреватель имеет характеристики, указанные в таблице.

Напряжение питания	220 В
Тип	Проточный
Максимальный расход	9 л/мин
Давление	от 0.3 до 7 бар
Мощность	Экономный режим — 1.9 кВт, турборежим — 3.4 кВт
Степень защиты	IP24
Вес (без упаковки)	1.65 кг



На входе в водонагреватель вода всегда имеет одинаковую температуру 27 °С. Температура на выходе зависит от мощности нагревателя и скорости течения воды.

Потерями энергии пренебрегите.

Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · °С), плотность — 1000 кг/м³, 1 бар = 10⁵ Па.

а) Чему равна площадь поперечного сечения внутренней части трубы, подводящей воду к нагревателю, если её внутренний диаметр равен 2.54 см? Ответ выразите в см², округлите до сотых.

Ответ: 5.06

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) С какой скоростью течёт вода через подводящую трубу водонагревателя при максимальном расходе воды? Ответ выразите в см/с, округлите до десятых.

Ответ: 29.6

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Обозначим сопротивление водонагревателя в режиме с меньшей мощностью R_1 , а в режиме с большей мощностью — R_2 . Чему равно отношение $\frac{R_1}{R_2}$? Ответ округлите до десятых.

Ответ: 1.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) До какой температуры будет нагреваться вода на выходе из нагревателя при максимальной мощности прибора и максимальном расходе воды? Ответ выразите в градусах Цельсия, округлите до десятых.

Ответ: 32.4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) На сколько градусов будет отличаться температура воды в случаях работы прибора на максимальной и минимальной мощностях при условии максимального расхода воды? Ответ выразите в градусах Цельсия, округлите до десятых.

Ответ: 2.4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

е) За какое минимальное время можно наполнить ванну объёмом 0.3 м³ водой при температуре 36 °С? Считайте, что вода в ванной не нагревается и не остывает.

Ответ: 56

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Воспользуемся формулой площади круга:

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.1415 \times 2.54 \times 2.54}{4} = 5.06 \text{ см}^2.$$

б) Найдём объём воды, протекающий через нагреватель за секунду при максимальном расходе воды (данные из таблицы с характеристиками):

$$V_t = 9 \text{ л/мин} = \frac{9 \times 1000}{60} \text{ см}^3/\text{с} = 150 \text{ см}^3/\text{с}.$$

Учитывая, что вода не сжимается и ламинарно течёт через сечение S (см. предыдущий пункт), получаем скорость течения:

$$v = \frac{V_t}{S} = \frac{150 \text{ см}^3/\text{с}}{5.06 \text{ см}^2} = 29.6 \text{ см/с}.$$

в) Воспользуемся тем, что нам известны напряжение сети $U = 220$ В (постоянно) и мощности $P_1 = 1900$ Вт, $P_2 = 3400$ Вт. Тепловая мощность $P = UI$ и закон Ома $U = IR$ вместе дают $R = \frac{U^2}{P}$. Получаем, что отношение сопротивлений обратно отношению мощностей: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{P_2}{P_1} = 1.8$.

г) Мощность нагревателя $P_2 = 3400$ Вт — это энергия, подводимая к воде за секунду. Эта энергия идёт на нагрев воды: $P_2 = m_t C(t - t_0)$, где $m_t = V_t \cdot \rho = \frac{9}{60}$ (л/с) $\cdot 1$ (кг/л) = 0.15 кг/с — масса воды, протекающая через нагреватель за секунду.

Найдём температуру:

$$t = \frac{P_2}{m_t C} + t_0 = \frac{3400}{0.15 \cdot 4200} + 27 = 32.4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

д) Повторим вычисления предыдущего пункта для двух мощностей нагревателя:

$$t_1 = \frac{P_1}{m_t C} + t_0; \quad t_2 = \frac{P_2}{m_t C} + t_0.$$

Найдём искомую разницу температур:

$$t_2 - t_1 = \frac{P_2 - P_1}{m_t C} = \frac{3400 - 1900}{0.15 \cdot 4200} = 2.4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

е) Время набора ванны ограничено одним из двух параметров: скоростью нагрева или скоростью наполнения ванны.

При максимальном расходе воды температура, до которой она нагревается, оказывается меньше требуемой. Следовательно, вода должна течь с меньшей скоростью, при этом нагреваясь до $36 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Время наполнения ванны τ в этом случае определяется энергией, которая требуется для нагрева 0.3 м^3 воды от $t_0 = 27 \text{ } ^\circ\text{C}$ до $t_k = 36 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Составляем уравнение теплового баланса:

$$P_2 \tau = V \cdot \rho \cdot C \cdot (t_k - t_0).$$

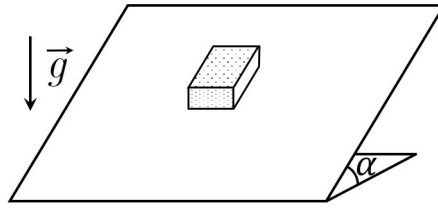
$$\tau = \frac{V \cdot \rho \cdot C \cdot \Delta t}{P_2} = \frac{0.3 \cdot 1000 \cdot 4200 \cdot 9}{3400} = 3335.29 \text{ с} = 56 \text{ мин.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
U , В	220	180	380	220	180	380	220	180	380	220	180	380	220	180	380	220	180	380	220	180
V_t , л/мин	9	2	13	3.6	6	5	7	9.5	5.2	4	3.6	5.4	5.6	9.5	5.6	4.4	3	12.5	4.6	3.2
P_1 , кВт	1.9	1	1.2	2.2	1.1	1.7	1.9	1.2	2.1	1	1.3	1.7	1.2	1.4	1.7	1.1	1.5	1.9	1	1.2
P_2 , кВт	3.4	2.6	4.4	3.8	3	2.8	4.2	3.4	3.2	2.8	3.8	3.6	3.2	4.2	4	3.6	2.6	4.4	3.8	2.9
t_0 , $^\circ\text{C}$	27	15	27	15	20	15	27	30	25	17	18	17	27	25	20	10	10	30	20	18
d , см	2.54	1.27	1.9	1.9	2.54	2.54	1.27	1.9	1.9	1.9	1.27	1.27	1.27	2.54	2.54	2.54	1.9	1.9	1.9	1.27
S , см^2	5.06	1.27	2.83	2.83	5.06	5.06	1.27	2.83	2.83	2.83	1.27	1.27	1.27	5.06	5.06	5.06	2.83	2.83	2.83	1.27
v , см/с	29.6	26.3	76.5	21.2	19.7	16.5	92.1	55.9	30.6	23.5	47.4	71.1	73.7	31.3	18.4	14.5	17.6	73.5	27.1	42.1
R_1/R_2	1.8	2.6	3.7	1.7	2.7	1.6	2.2	2.8	1.5	2.8	2.9	2.1	2.7	3.0	2.4	3.3	1.7	2.3	3.8	2.4
t , $^\circ\text{C}$	32.4	33.6	31.8	30.1	27.1	23	35.6	35.1	33.8	27	33.1	26.5	35.2	31.3	30.2	21.7	22.4	35	31.8	30.9
$t_2 - t_1$, $^\circ\text{C}$	2.4	11.4	3.5	6.3	4.5	3.1	4.7	3.3	3	6.4	9.9	5	5.1	4.2	5.9	8.1	5.2	2.9	8.7	7.6
τ , мин	56	170	43	116	112	158	45	37	72	143	99	111	59	55	84	152	210	29	88	130

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. На большом листе фанеры лежит спичечный коробок. Масса коробка $m = 5$ г, коэффициент трения коробка о фанеру $\mu = 0.3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Угол наклона листа фанеры к горизонту равен α .



а) Угол наклона α медленно увеличивают. При каком значении α коробок начнёт скользить по листу? Ответ выразите в градусах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [16; 18]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Угол наклона $\alpha = 10^\circ$. Чему равна сила трения, действующая на коробок? Ответ выразите в миллиньютонах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [8.5; 8.9]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

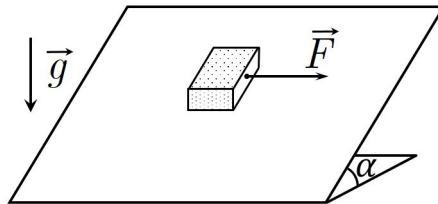
в) Угол наклона α медленно увеличивают от нуля до 60° . Как меняется величина силы трения, действующей на коробок?

Ответ:

- ✓ Сначала увеличивается, затем уменьшается
- Монотонно увеличивается
- Монотонно уменьшается
- Не меняется
- Сначала уменьшается, затем увеличивается

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Угол наклона $\alpha = 10^\circ$. Определите минимальное значение силы F , которую необходимо приложить к коробку в горизонтальном направлении параллельно листу фанеры, как показано на рисунке, чтобы коробок пришёл в движение.



Ответ выразите в миллиньютонах, округлите до целых.

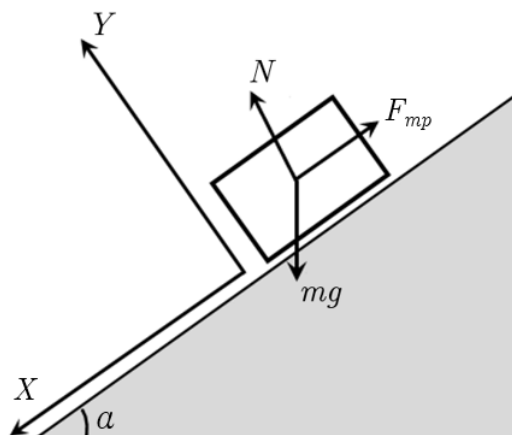
Ответ: засчитывается в диапазоне [11; 13]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) На коробок действуют три силы: сила тяжести mg , сила реакции N , сила трения $F_{тр}$.



Скольжение начинается при условии, что составляющая силы тяжести вдоль наклонной плоскости $mg \cdot \sin \alpha$ сравняется с предельным значением силы трения, равным силе трения скольжения μN . Сила реакции в нашем случае $N = mg \cdot \cos \alpha$, поэтому условие начала скольжения:

$$mg \cdot \sin \alpha = \mu mg \cdot \cos \alpha,$$

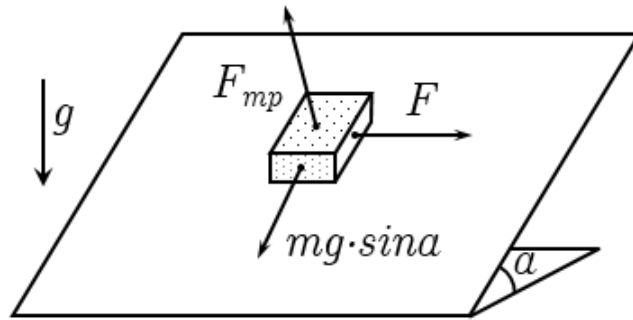
$$\alpha = \arctan \mu \approx 17^\circ. \quad (1)$$

б) При $\alpha = 10^\circ < 17^\circ$ условие (1) не выполнено и коробок не скользит. При этом составляющая силы тяжести вдоль наклонной плоскости $mg \cdot \sin \alpha$, равна силе трения покоя, которая меньше силы трения скольжения. Поэтому

$$F_{\text{тр}} = mg \cdot \sin \alpha \approx 8.7 \text{ мН.}$$

в) При увеличении угла в интервале от 0° до 17° сила трения равна $mg \cdot \sin \alpha$ (сила трения покоя), при дальнейшем увеличении угла коробок скользит и сила трения скольжения определяется выражением $\mu mg \cdot \cos \alpha$. Синус угла с ростом угла возрастает, а косинус убывает. Поэтому при увеличении угла в интервале от 0° от нуля до 17° сила трения увеличивается, далее — уменьшается.

г) На покоящийся на наклонной плоскости коробок в данном случае проекции на плоскость фанеры действуют три силы: сила тяжести, проекция которой равна $mg \cdot \sin \alpha$, сила F , о которой говорится в условии, и сила трения покоя, не превосходящая значение силы трения скольжения $\mu mg \cdot \cos \alpha$. Если ускорение коробка равно нулю, то векторная сумма составляющей силы также равна нулю.



По теореме Пифагора для треугольника из этих проекций:

$$(mg \cdot \sin \alpha) + F^2 = F_{\text{тр}}^2.$$

$F_{\text{тр}}$, как уже было сказано, не превосходит силы трения скольжения, следовательно,

$$(mg \cdot \sin \alpha)^2 + F^2 \leq (\mu mg \cdot \cos \alpha)^2.$$

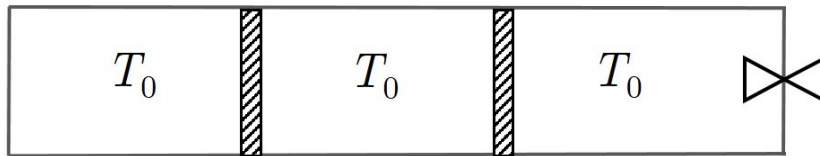
Если это условие не выполнено, то есть $F^2 \geq (\mu mg \cdot \cos \alpha)^2 - (mg \cdot \sin \alpha)^2$, то коробок скользит. Минимальное значение F , при котором начинается скольжение,

$$F_{\text{min}} = \sqrt{(\mu mg \cdot \cos \alpha)^2 - (mg \cdot \sin \alpha)^2} \approx 12 \text{ мН.}$$

**Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.
Пункты а, б, г)**

№ варианта	μ	m , г	α_{\min} , °	α_{\max} , °	α , °	$F_{\text{тр}}^{\min}$, МЛН	$F_{\text{тр}}^{\max}$, МЛН	F_{min}^{\min} , МЛН	F_{min}^{\max} , МЛН
1	0.3	5	16	18	10	8.5	8.9	11	13
2	0.35	10	18	20	10	17.2	17.6	29	31
3	0.4	15	21	23	15	38.6	39	42	44
4	0.45	20	23	25	15	51.6	52	69	71
5	0.5	25	26	28	20	85.3	85.7	80	82
6	0.55	5	28	30	20	16.9	17.3	18	20
7	0.6	10	30	32	25	42.1	42.5	33	35
8	0.65	15	32	34	25	63.2	63.6	61	63
9	0.7	20	34	36	30	99.8	100.2	68	70
10	0.75	25	36	38	30	124.8	125.2	103	105

Задание 2. Вариант 1. В горизонтально расположенном цилиндрическом сосуде длины $L = 90$ см без трения могут перемещаться два не проводящих тепло поршня, которые делят сосуд на три секции. Стенки сосуда тепло также не проводят. Правая секция сообщается с окружающей средой через вентиль. Первоначально во всех секциях находится азот при одинаковой температуре $T_0 = 300$ К, размеры всех трёх секций одинаковые, вентиль закрыт.



а) Температуру в левой секции уменьшают так, что левый поршень смещается влево на 8 см от своего исходного положения. Температура в двух других секциях остаётся прежней. На какое расстояние сместится при этом правый поршень? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

Если поршень смещается влево, смещение считается отрицательным, если вправо — положительным.

Ответ: -4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Температуру в левой секции уменьшают до значения $T_1 < T_0$, в центральной — увеличивают до значения $T_2 > T_0$. В каком направлении при этом переместятся поршни относительно их первоначального положения?

В этом задании используются не все варианты ответа из правого столбца. Неиспользованные варианты приведены в последней ячейке таблицы.

Ответ:

Левый поршень	Влево
Правый поршень	Направление смещения зависит от конкретных значений T_1 и T_2
	Вправо Останется на месте

Критерий оценивания: за каждую верную пару — 1 балл

в) В правой секции устанавливают температуру 270 К, в двух других секциях температура остаётся равной T_0 . Определите перемещение левого поршня относительно его первоначального положения. Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых.

Если поршень смещается влево, смещение считается отрицательным, если вправо — положительным.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.9; 1.1]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Приоткрыв на некоторое время вентиль, из правой секции выпускают 20 % находившегося там первоначально газа. Температуру во всех секциях поддерживают постоянной. Определите смещение левого поршня относительно его первоначального положения. Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [1.9; 2.3]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Давление во всех трёх секциях одинаковое. Тогда из уравнения состояния следует:

$$\frac{\nu_1 RT_1}{V_1} = \frac{\nu_2 RT_2}{V_2} = \frac{\nu_3 RT_3}{V_3}.$$

Здесь ν , T , V — количество молей газа, температура и объём в соответствующей секции. Выражая объём через длину секции l и площадь, после сокращения получаем:

$$\frac{\nu_1 T_1}{l_1} = \frac{\nu_2 T_2}{l_2} = \frac{\nu_3 T_3}{l_3} \quad (2)$$

После смещения левого поршня на $\Delta l_1 = 8$ см влево длина левой секции составит 22 см, общая длина двух оставшихся секций — 68 см. В соответствии с (2) $l_2 = l_3 = 34$ см. Следовательно, правый поршень смещается влево на $\Delta l'_1 = 4$ см.

б) Количество молей газа во всех секциях одинаковое, следовательно, выражение (2) преобразуется в

$$\frac{T_1}{l_1} = \frac{T_2}{l_2} = \frac{T_0}{l_3}.$$

Отсюда длина секции пропорциональна температуре, а отношение длин имеет вид

$$l_1 : l_2 : l_3 = T_1 : T_2 : T_0.$$

Учитывая, что $l_1 + l_2 + l_3 = L$, получаем:

$$l_1 = \frac{LT_1}{T_1 + T_2 + T_0},$$

$$l_2 = \frac{LT_2}{T_1 + T_2 + T_0},$$

$$l_3 = \frac{LT_0}{T_1 + T_2 + T_0}.$$

Поскольку $T_1 < T_2$ и $T_1 < T_0$, то и $l_1 < \frac{L}{3}$, следовательно, левый поршень смещается влево. Про правый поршень с определённой точностью сказать ничего нельзя, ответ зависит от численного соотношения температур.

в) При ответе на предыдущий вопрос было показано, что $l_1 : l_2 : l_3 = T_1 : T_2 : T_0$. В нашем случае

$$l_1 : l_2 : l_3 = T_0 : T_0 : T_3.$$

С учётом $l_1 + l_2 + l_3 = L$ получаем

$$l_1 = \frac{LT_0}{T_3 + 2T_0} \approx 31.0 \text{ см.}$$

Следовательно, левый поршень перемещается вправо на $\Delta l_2 = l_1 - \frac{L}{3} \approx 1.0$ см.

г) Для ответа вернёмся к выражению (1):

$$\frac{\nu_1 T_1}{l_1} = \frac{\nu_2 T_2}{l_2} = \frac{\nu_3 T_3}{l_3}.$$

Пусть исходное число молей в каждой секции равно ν , доля выпущенного из правой секции газа равна $\alpha = 0.2$. Тогда с учётом равенства температур выражение (2) преобразуется в

$$\frac{\nu}{l_1} = \frac{\nu}{l_2} = \frac{\nu(1-\alpha)}{l_3}.$$

Отсюда $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : (1-\alpha)$. Учитывая $l_1 + l_2 + l_3 = L$, получаем

$$l_1 = \frac{L}{3-\alpha} \approx 32.1 \text{ см.}$$

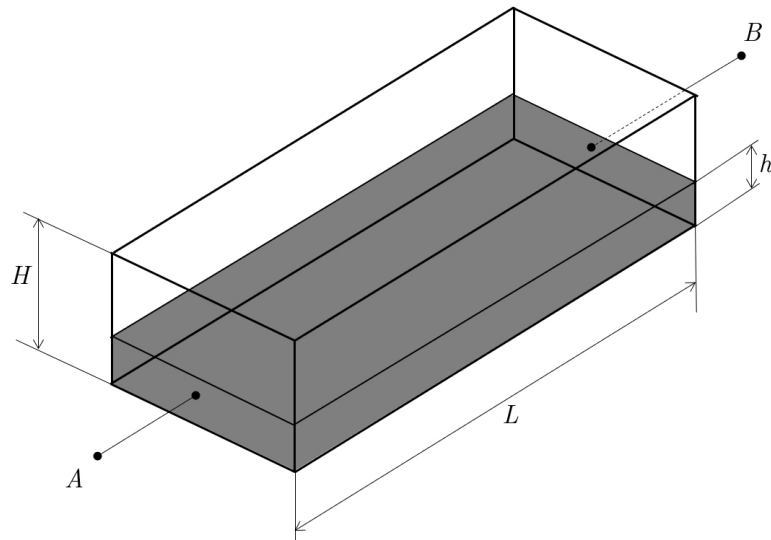
Значит, левый поршень смещается вправо на 2.1 см.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

Пункты а, в, г)

№ варианта	L , см	Δl_1 , см	$\Delta l'_1$, см	T_3 , К	Δl_2^{\min} , см	Δl_2^{\max} , см	α , %	Δl_3^{\min} , см	Δl_3^{\max} , см
1	90	8	-4	270	0.9	1.1	20	1.9	2.3
2	60	4	-2	330	-0.7	-0.5	25	1.6	2
3	75	6	-3	280	0.5	0.7	15	1.1	1.5
4	120	10	-5	320	-1	-0.8	10	1.2	1.6
5	150	14	-7	340	-2.2	-2	18	3	3.4
6	105	8	-4	260	1.5	1.7	12	1.3	1.7
7	135	12	-6	250	2.5	2.7	27	4.3	4.7
8	84	10	-5	350	-1.6	-1.4	30	2.9	3.3
9	123	14	-7	285	0.6	0.8	12	1.5	1.9
10	126	12	-6	320	-1	-0.8	35	5.3	5.7

Задание 3. Вариант 1. Юному изобретателю Васе пришла в голову идея новой конструкции переменного резистора. В прямоугольный сосуд, показанный на рисунке, наливается проводящая жидкость.



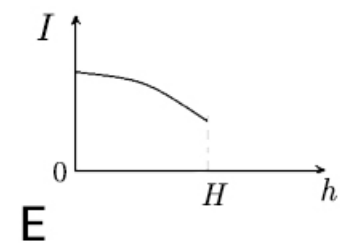
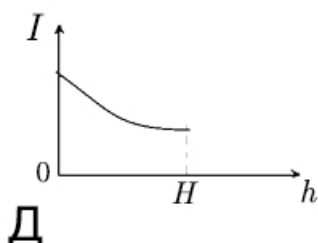
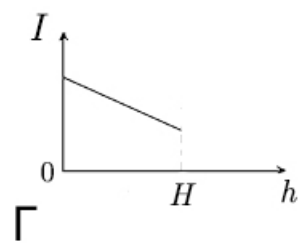
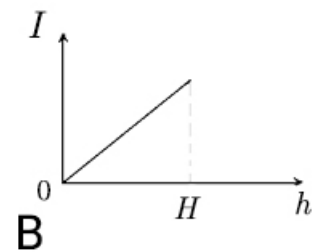
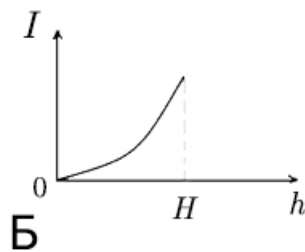
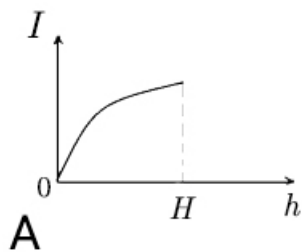
Две противоположные стенки сосуда сделаны из металла, и к ним припаяны проводники A и B для подключения в схему. Дно и две другие боковые стенки сосуда не проводят ток. Изменяя количество жидкости в сосуде, можно менять сопротивление такого резистора. Удельное сопротивление проводящей жидкости, которую использовал Вася, $\rho = 0.01 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, сопротивлением проводящих стенок можно пренебречь. Площадь проводящих стенок $S = 1 \text{ см}^2$, расстояние между этими стенками $L = 10 \text{ см}$.

а) Определите минимальное сопротивление Васиного резистора. Ответ выразите в омах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [9.9; 10.1]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

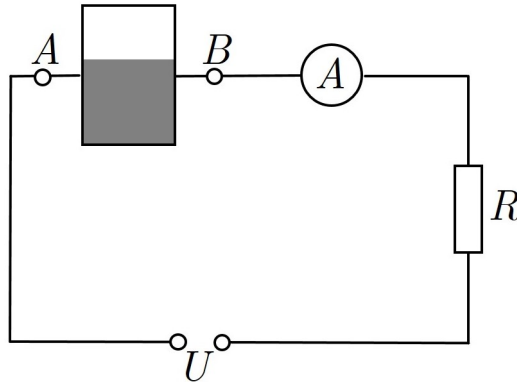
б) Вася подключил резистор к источнику постоянного тока с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением и исследовал зависимость силы тока через резистор от уровня жидкости в сосуде h . Какой из графиков соответствует полученной зависимости?



Ответ: В

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Вася заполнил устройство жидкостью на четверть объёма и подключил его последовательно с резистором R к источнику с напряжением $U = 20$ В.



Идеальный амперметр зарегистрировал в цепи ток 0.4 А. Определите сопротивление резистора R . Ответ выразите в омах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне $[9.9; 10.1]$

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Продолжая экспериментировать, Вася заменил источник напряжения и постоянный резистор. При сосуде, заполненном на треть объёма, сила тока в цепи была равна 0.6 А; при сосуде, заполненном наполовину, сила тока равнялась 0.75 А. Определите ток в цепи при полном сосуде. Ответ выразите в амперах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне $[0.9; 1.1]$

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 4 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Воспользуемся известной формулой для расчёта сопротивления проводника. В нашем случае сопротивление Васиного резистора:

$$R_B = \frac{\rho L}{S \frac{h}{H}} = \frac{\rho L H}{S h}. \quad (3)$$

Минимальное сопротивление будет при $h = H$, в этом случае $R_B = \frac{\rho L}{S} = 10$ Ом.

б) Сила тока в цепи будет равна $I = \frac{U}{R_B}$. Подставляя вместо R_B выражение (3), получаем:

$$I = \frac{U S h}{\rho L H}.$$

Зависимость силы тока от h линейная, ей соответствует график В.

в) Сила тока в цепи с дополнительным резистором R будет равна:

$$I = \frac{U}{R + R_B}.$$

Отсюда $R = \frac{U}{I} - R_B$. При заполнении на четверть объёма сопротивление Васиного резистора в 4 раза больше минимального и равно 40 Ом. Подставляя численные значения, получаем $R = \frac{20}{0.4} - 40 = 10$ Ом.

г) При заполнении сосуда на треть объёма сопротивление Васиного резистора в 3 раза больше минимального и равно $R_{B1} = 3R_{B_{\min}} = 30$ Ом, при заполнении наполовину — $R_{B2} = 2R_{B_{\min}} = 20$ Ом. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{U}{R + 3R_{B_{\min}}}, \\ I_2 = \frac{U}{R + 2R_{B_{\min}}}. \end{cases}$$

После подстановки численных значений для I_1 , I_2 и $R_{B_{\min}}$, получим $U = 30$ В, $R = 20$ Ом. При полностью заполненном сосуде получаем для силы тока:

$$I_3 = \frac{U}{R + R_{B_{\min}}} = 1 \text{ А}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

Пункты а, в, г)

№ варианта	ρ , Ом·м	S , см ²	L , см	R_B^{\min} , Ом	R_B^{\max} , Ом	U , В	I , А	R_{\min} , Ом	R_{\max} , Ом	I_1 , А	I_2 , А	I_3^{\min} , А	I_3^{\max} , А
1	0.01	1	10	9.9	10.1	20	0.4	9.9	10.1	0.6	0.75	0.9	1.1
2	0.012	2	15	8.9	9.1	15	0.2	38.9	39.1	0.8	1	1.2	1.4
3	0.014	12	18	2	2.2	18	0.5	27.5	27.7	1	1.5	2.9	3.1
4	0.015	9	12	1.9	2.1	12	0.6	11.9	12.1	1.5	2	2.9	3.1
5	0.016	8	20	3.9	4.1	12	0.6	3.9	4.1	0.9	1.2	1.7	1.9
6	0.02	10	25	4.9	5.1	10	0.4	4.9	5.1	1.2	1.5	1.9	2.1
7	0.018	6	6	1.7	1.9	8	0.4	12.7	12.9	1.8	2	2.2	2.4
8	0.022	4	8	4.3	4.5	15	0.5	12.3	12.5	1.4	1.7	2.1	2.3
9	0.025	5	15	7.4	7.6	20	0.5	9.9	10.1	1.6	2	2.6	2.8
10	0.03	3	10	9.9	10.1	18	0.3	19.9	20.1	0.7	0.9	1.2	1.4